

布尔Holant*问题的二分定理

Cai Jin-Yi Lu Pinyan Xia Mingji

Dichotomy for Holant* Problems on the Boolean Domain,
Accepted by Theory of Computing Systems
夏盟信 62661644 mingji@ios.ac.cn

Holant问题是一个重要的计数问题集合。

#CSP问题集合和Holant*问题集合都是其子集合。

#CSP问题中可以使用任何元相等函数，Holant*问题中可以使用任何一元函数，因而他们都比Holant问题特殊。

本文给出了布尔定义域复数值域Holant*问题集合的二分定理。

定理（易解性部分）：

如果F是以下某个集合的子集，
Holant*(F)问题有多项式时间算法。

定理（难解性部分）：

除非F是以下某个集合的子集，
否则 Holant*(F)问题是#P困难的。

<HE>、<ZE>、<ZM>、<T>

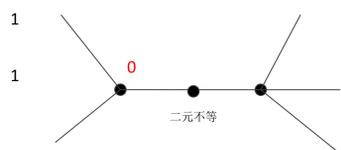
从M的封闭性略窥算法

- 1、M中的函数通过二元不等连接仍然得到M中的函数。
- 2、经过以Z为基的全息归约变换，就得到Holant*<ZM>。

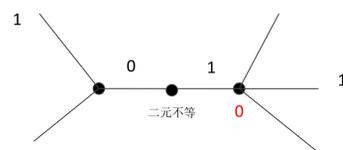
M中的函数不接受输入有一个以上的1。

封闭性证明

情形1：单侧有两个1

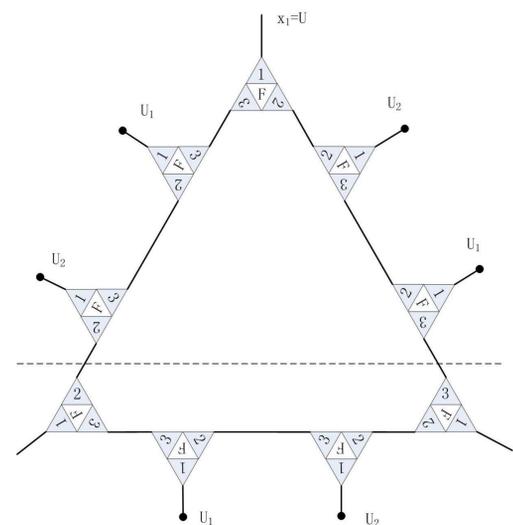


情形2：每侧至少一个1



部分证明思路：

- 1、降元。设f不在某个集合里，利用f得到元数更小的函数，保持不在某个集合里。
- 2、从非对称函数出发构造对称函数。见下图构造。



这个定理为后续研究铺平了一个方面的道路。如果在一个Holant(F)问题中运用多项式插值归约方法实现任意一元函数，那么就得到Holant*(F)，可以直接调用此定理判断其计算复杂性。