

# 基于FFT的非矩形域上泊松方程 高效求解方法及其应用

王雨秣, 侯飞\*, 王文成

FFT-based Efficient Poisson Solver in Non-Rectangular Domain,  
CASA 2023

联系方式: 侯飞 ☎18610050238 ✉[houfei@ios.ac.cn](mailto:houfei@ios.ac.cn)

## 1 背景|问题

- 泊松方程广泛应用于计算机图形学与物理学中: 泊松图像编辑、动画与仿真、色调映射、网格分割、网格变形、电磁学、机械工程.....
- 现有主流方法——多重网格方法对大型泊松方程求解迭代收敛缓慢; 传统FFT方法可高效求解大型泊松方程, 但限制在矩形域上。

$$\Delta u = f$$

## 2 创新点

- 提出一种基于FFT的非矩形上泊松方程高效求解器:

Speedup



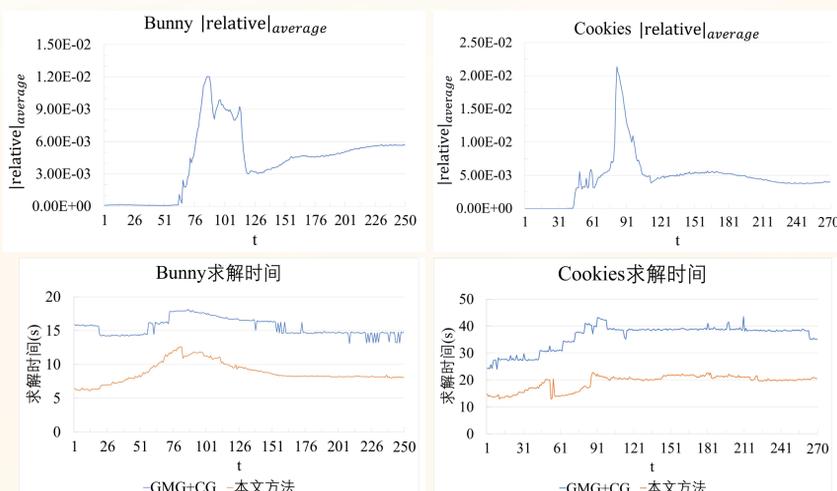
- 结合四叉树/八叉树&多重网格, 对非矩形域上的泊松方程利用边界条件推导拉普拉斯, 构建矩形包围盒上的等价方程使用传统FFT方法求解。

## 3 应用|成果|意义

- 针对非矩形域上的2D与3D大型泊松方程, 分别在图像处理与流体仿真应用上进行实验:



- 与主流方法AMG+CG相比, 在误差符合图像处理应用需求的情况下, 本文方法可提高大型2D泊松方程的求解速度, 并节省内存。



- 与主流方法GMG+CG相比, 在误差符合流体仿真应用需求的情况下, 本文方法可提高大型3D泊松方程的求解速度。
- 本文提出的基于FFT的非矩形域上泊松方程高效求解方法还可推广到一般线性偏微分方程上。

注: FFT —— 快速傅里叶变换

AMG+CG —— 以代数多重网格作为预处理器的预处理共轭梯度方法

GMG+CG —— 以几何多重网格作为预处理器的预处理共轭梯度方法